

Prof. Dr. Alfred Toth

Semiotisch-ontische Modelle und Bedeutungsklassen

1. Bense ap. Walther (1979, S. 80) hatte die Menge der triadischen semiotischen Relationen, welche über der allgemeinen Peirceschen Zeichenrelation

$$\text{Zkl} = (3.a \ 2.b \ 1.c) \text{ mit } (a \leq b \leq c)$$

unter Elimination der angegebenen Ordnungsrestriktion entstehen, als Bedeutungsklassen bezeichnet, deren es somit $3^3 = 27$ für eine triadische Relation gibt. Es erhebt sich die Frage nach dem metapyhsischen Status dieser Bedeutungsklassen. Da sie die 10 durch $(a \leq b \leq c)$ geordneten Peirceschen Zeichenklassen enthalten, könnte man somit im Sinne weiterer alternativer Modelle des in Toth (2012a) eingeführten und in Toth (2012b) durch weitere Modelle ergänzten semiotisch-ontischen Modells die Differenzmenge zwischen der Menge der 27 Bedeutungsklassen und der Menge der 10 Zeichenklassen als "ontische" Klassen definieren, zumal sie ja genau wie die in Toth (2012b) durch gruppentheoretische Operatoren konstruierten komplementären Zeichenrelationen fungieren.

2. Wenn wir die 6 Permutationen der paarweise verschiedenen Elemente der Zkl zugrunde liegenden Primzahlenrelation PZ (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) anschauen, dann erzeugen

$$(1, 2, 3) \quad (2, 1, 3)$$

$$(1, 3, 2) \quad (1, 3, 2)$$

$$(2, 3, 1) \quad (1, 2, 3)$$

genau die 3 möglichen semiotischen Gruppen (PZ, \circ_1) , (PZ, \circ_2) und (PZ, \circ_3) der 3 in Toth (2012b) eingeführten alternativen semiotisch-ontischen Modelle. Wenn wir hingegen die 27 Permutationen von nur je 2 Elementen aus PZ anschauen, dann erzeugen, wie man leicht nachprüft

(1, 1, 1)	(2, 1, 1)	(3, 1, 1)
(1, 1, 2)	(2, 1, 2)	(3, 1, 2)
(1, 1, 3)	(2, 1, 3)	(3, 1, 3)
(1, 2, 1)	(2, 2, 1)	(3, 2, 1)
(1, 2, 2)	(2, 2, 2)	(3, 2, 2)
(1, 2, 3)	(2, 2, 3)	(3, 2, 3)
(1, 3, 1)	(2, 3, 1)	(3, 3, 1)
(1, 3, 2)	(2, 3, 2)	(3, 3, 2)
(1, 3, 3)	(2, 3, 3)	(3, 3, 3)

genau die 9 möglichen über PZ definieren kommutativen und nicht-kommutativen semiotischen Quasigruppen (PZ, \circ_4) bis (PZ, \circ_{12}) .

Kommutative Quasigruppen

1. Die kommutative Quasigruppe (PZ, \circ_4)

1.1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_4 1 = 3$; $1 \circ_4 2 = 2 \circ_4 1 = 2$; $1 \circ_4 3 = 3 \circ_4 1 = 1$; $2 \circ_4 2 = 1$; $2 \circ_4 3 = 3 \circ_4 2 = 3$; $3 \circ_4 3 = 2$.

1.2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt: $1 \circ_4 (2 \circ_4 3) = 1 \neq (1 \circ_4 2) \circ_4 3 = 3$; $3 \circ_4 (3 \circ_4 1) = 1 \neq (3 \circ_4 3) \circ_4 1 = 2$, usw.

1.3. Einselemente: $1 \circ_4 3 = 3 \circ_4 1 = 1$; $2 \circ_4 1 = 1 \circ_4 2 = 2$; $3 \circ_4 2 = 2 \circ_4 3 = 3$.

2. Die kommutative Quasigruppe (PZ, \circ_5)

2.1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_5 1 = 1$; $1 \circ_5 2 = 2 \circ_5 1 = 3$; $1 \circ_5 3 = 3 \circ_5 1 = 2$; $2 \circ_5 2 = 2$; $2 \circ_5 3 = 3 \circ_5 2 = 1$; $3 \circ_5 3 = 3$.

2.2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt: $1 \circ_5 (2 \circ_5 3) = 1 \neq (1 \circ_5 2) \circ_5 3 = 3$; $3 \circ_5 (3 \circ_5 1) = 1 \neq (3 \circ_5 3) \circ_5 1 = 2$, usw.

2.3. Einselemente: $1 \circ_5 1 = 1$; $2 \circ_5 2 = 2$; $3 \circ_5 3 = 3$. (Weil hier jedes Element idempotent ist, ist (PZ, \circ_5) eine Steiner-Quasigruppe.)

3. Die kommutative Quasigruppe (PZ, \circ_6)

3.1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_6 1 = 2$; $1 \circ_6 2 = 2 \circ_6 1 = 1$; $1 \circ_6 3 = 3 \circ_6 1 = 3$; $2 \circ_6 2 = 3$; $2 \circ_6 3 = 3 \circ_6 2 = 2$; $3 \circ_6 3 = 1$.

3.2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt: $1 \circ_6 (2 \circ_6 3) = 1 \neq (1 \circ_6 2) \circ_6 3 = 3$; $3 \circ_6 (3 \circ_6 1) = 1 \neq (3 \circ_6 3) \circ_6 1 = 2$, usw.

3.3. Einselemente: $1 \circ_6 2 = 2 \circ_6 1 = 1$; $2 \circ_6 3 = 3 \circ_6 2 = 2$; $3 \circ_6 1 = 1 \circ_6 3 = 3$.

Die drei Quasigruppen (PZ, \circ_4) , (PZ, \circ_5) und (PZ, \circ_6) bilden also Loops, da sie Einselemente haben, wobei die entsprechenden Links- und Rechtsinversen jeweils zusammenfallen.

Nichtkommutative Quasigruppen

4. Die nichtkommutative Quasigruppe (PZ, \circ_7)

4.1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_7 1 = 3$; $1 \circ_7 2 = 1 \neq 2 \circ_7 1 = 2$; $1 \circ_7 3 = 2 \neq 3 \circ_7 1 = 1$; $2 \circ_7 2 = 3$; $2 \circ_7 3 = 1 \neq 3 \circ_7 2 = 2$; $3 \circ_7 3 = 3$.

4.2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt: $1 \circ_7 (2 \circ_7 3) = 3 \neq (1 \circ_7 2) \circ_7 3 = 2$, usw.

4.3. Einselemente: $1 \circ_7 2 = 1 \neq 2 \circ_7 1 = 2$; $2 \circ_7 1 = 2 \neq 1 \circ_7 2 = 1$; $3 \circ_7 3 = 3$.

5. Die nichtkommutative Quasigruppe (PZ, \circ_8)

5.1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_8 1 = 3$; $1 \circ_8 2 = 2 \neq 2 \circ_8 1 = 1$; $1 \circ_8 3 = 1 \neq 3 \circ_8 1 = 2$; $2 \circ_8 2 = 3$; $2 \circ_8 3 = 2 \neq 3 \circ_8 2 = 1$; $3 \circ_8 3 = 3$.

5.2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt: $1 \circ_8 (3 \circ_8 2) = 3 \neq (1 \circ_8 3) \circ_8 2 = 2$, usw.

5.3. Einselemente: $1 \circ_8 3 = 1 \neq 3 \circ_8 1 = 2$; $2 \circ_8 3 = 2 \neq 3 \circ_8 2 = 1$; $3 \circ_8 3 = 3$.

6. Die nichtkommutative Quasigruppe (PZ, \circ_9)

6.1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_9 1 = 2$; $1 \circ_9 2 = 1 \neq 2 \circ_9 1 = 3$; $1 \circ_9 3 = 3 \neq 3 \circ_9 1 = 1$; $2 \circ_9 2 = 2$; $2 \circ_9 3 = 1 \neq 3 \circ_9 2 = 3$; $3 \circ_9 3 = 2$.

6.2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt: $1 \circ_9 (2 \circ_9 3) = 2 \neq (1 \circ_9 2) \circ_9 3 = 3$, usw.

6.3. Einselemente: $1 \circ_9 2 = 1 \neq 2 \circ_9 1 = 3$; $2 \circ_9 2 = 2$; $3 \circ_9 2 = 3 \neq 2 \circ_9 3 = 1$.

7. Die nichtkommutative Quasigruppe (PZ, \circ_{10})

7.1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_{10} 1 = 2$; $1 \circ_{10} 2 = 3 \neq 2 \circ_{10} 1 = 1$; $1 \circ_{10} 3 = 1 \neq 3 \circ_{10} 1 = 3$; $2 \circ_{10} 2 = 2$; $2 \circ_{10} 3 = 3 \neq 3 \circ_{10} 2 = 1$; $3 \circ_{10} 3 = 2$.

7.2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt: $1 \circ_{10} (2 \circ_{10} 3) = 1 \neq (1 \circ_{10} 2) \circ_{10} 3 = 2$, usw.

7.3. Einselemente: $1 \circ_{10} 3 = 1 \neq 3 \circ_{10} 1 = 3$; $2 \circ_{10} 2 = 2$; $3 \circ_{10} 1 = 3 \neq 1 \circ_{10} 3 = 1$.

8. Die nichtkommutative Quasigruppe (PZ, \circ_{11})

8.1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_{11} 1 = 1$; $1 \circ_{11} 2 = 2 \neq 2 \circ_{11} 1 = 3$; $1 \circ_{11} 3 = 3 \neq 3 \circ_{11} 1 = 2$; $2 \circ_{11} 2 = 1$; $2 \circ_{11} 3 = 2 \neq 3 \circ_{11} 2 = 3$; $3 \circ_{11} 3 = 1$.

8.2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt: $2 \circ_{11} (1 \circ_{11} 3) = 2 \neq (2 \circ_{11} 1) \circ_{11} 3 = 1$, usw.

8.3. Einselemente: $1 \circ_{11} 1 = 1$; $2 \circ_{11} 3 = 2 \neq 3 \circ_{11} 2 = 3$; $3 \circ_{11} 2 = 3 \neq 2 \circ_{11} 3 = 2$.

9. Die nichtkommutative Quasigruppe (PZ, \circ_{12})

9.1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_{12} 1 = 1$; $1 \circ_{12} 2 = 3 \neq 2 \circ_{12} 1 = 2$; $1 \circ_{12} 3 = 2 \neq 3 \circ_{12} 1 = 3$; $2 \circ_{12} 2 = 1$; $2 \circ_{12} 3 = 3 \neq 3 \circ_{12} 2 = 2$; $3 \circ_{12} 3 = 1$.

9.2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt: $1 \circ_{12} (2 \circ_{12} 3) = 2 \neq (1 \circ_{12} 2) \circ_{12} 3 = 1$, usw.

9.3. Einselemente: $1 \circ_{12} 1 = 1$; $2 \circ_{12} 1 = 2 \neq 1 \circ_{12} 2 = 3$; $3 \circ_{12} 1 = 3 \neq 1 \circ_{12} 3 = 2$.

Bei den sechs Quasigruppen (PZ, \circ_7) bis (PZ, \circ_{12}) gilt also $a^\lambda \neq a^\rho$, d.h. die entsprechenden Links- und Rechtsinversen fallen nicht zusammen. Semiotisch würde dies bedeuten, daß auf ein Subzeichen der Form $(a.b)$ also nicht dieselben Austauschregeln semiotischer Werte anwendbar sind wie auf seine Konverse $(b.a)$. Da die Einselemente von Quasigruppen nicht mehr eindeutig sind, d.h. da eine Quasigruppe mehr als 1 Einselement hat, werden also sozusagen innerhalb eines semiotisch-ontischen Modells mehrere Austauschrelationen gleichzeitig vollzogen, und damit (und wegen des Nicht-Zusammenfalls von Links- und Rechtsinversen) sind diese Austauschrelationen innerhalb von aus Normalform und ihrer Konverse zusammengesetzten semiotischen Teilsystemen also nicht mehr zyklisch, d.h. es schleichen sich sozusagen heterarchische Relationen in das hierarchische semiotische System ein.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Dreiteilung der semiotischen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Alternative Modelle des vollständigen ontisch-semiotischen Systems. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

13.3.2012